

Schulform	Fach	Klassenstufe	Thema der Arbeit	Datum	Bearbeitungszeit
Berufliche Schule	Mathematik	11	Grenzwerte, Reihen, Finanzmathematik, Kurvendiskussion	2001-05-21	90 Minuten

Bearbeitungshinweise:

- Bei allen Aufgaben ist die Grundmenge \mathbb{R} bzw. $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- Achten Sie auf einen Hefrand von 4 cm und einen äußeren Rand von 1,5 cm.
- Achten Sie auf eine übersichtliche und saubere Darstellung der Lösungen, der Lösungsweg ist aufzuzeigen

Aufgabe 1

Bestimmen Sie mit Hilfe der Grenzwertsätze folgende Grenzwerte:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{8} + \frac{4}{n^2} \right)$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{2n-1}}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2}{3n^2 + 2n + 1}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 9\sqrt{n}}{5n + \sqrt{n}}$

Aufgabe 2

Die Folge $\{a_n\}$ ist gegeben durch $a_n = \frac{2n^2 - 4}{n^2 + 3}$ mit $n \in \mathbb{N}$.

- Beweisen Sie, dass die Folge den Grenzwert $g = 2$ hat (Konvergenzbeweis!).
- Ab den wievielten Folgenglied liegen die Glieder a_n in der $0,1$ -Umgebung von g ($\varepsilon = 0,1$)?
- Übertragen Sie die folgende Wertetabelle auf Ihr Arbeitsblatt und vervollständigen Sie die Tabelle; runden Sie auf drei Nachkommastellen. Ist die Folge c_n konvergent oder divergent?

n	8	9	10	11
a_n				
$c_n = a_n - g$				

Aufgabe 3

Eine Folge $\{a_n\}$ ist gegeben durch $\{a_n\}: 3; \frac{15}{4}; \frac{9}{2}; \frac{21}{4}; 6; \dots$

- Ermitteln Sie das Bildungsgesetz.
- Berechnen Sie die Summe der ersten 40 Folgenglieder.

Aufgabe 4

Ein 30jähriger Junggeselle will erst dann heiraten, wenn er über ein Sparguthaben von 200.000 DM verfügt. Aus diesem Grund spart er jährlich nachschüssig 6.000 DM. Die Bank verzinst das Guthaben mit 5%.

- Wie hoch ist das Sparguthaben nach 10 Jahren?
- Nach wie viel Jahren kann der Junggeselle frühestens heiraten (vorausgesetzt er findet eine sparsame Frau)?

Aufgabe 5

Bilden Sie von folgenden Funktionen die erste Ableitung:

a) $f(x) = 3x^5 - 6x^2 + 9$

b) $f(x) = \frac{3}{5x^6} - 2\sqrt{7x^5}$

Aufgabe 6

Eine Funktion f ist gegeben durch

$$f(x) = \frac{1}{48}x^4 - \frac{5}{6}x^2 + 3$$

- Bilden Sie die ersten drei Ableitungen von der Funktion f .
- Untersuchen Sie den Graphen der Funktion f auf Symmetrie, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Extrema und Wendepunkte.
- Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f in ein Koordinatensystem (Längeneinheit 1 cm).
- An der Stelle $x = 4$ wird eine Tangente an den Graphen der Funktion f gelegt.
 - Berechnen Sie die Gleichung der Tangente.
 - Zeichnen Sie die Tangente in das Koordinatensystem von Teilaufgabe 6b ein.